

## Урок №18 (26.11.2019)

### Интерференция. Опыт Юнга. Зеркала Френеля. Интерферометр Майкельсона. Дифракционная решётка.

#### 1. Что такое «световая волна»?

Важно понять, что то, что мы называем «свет» или «электромагнитные волны» на самом деле волнами не является. Фотон, квант света, является элементарной частицей (бозоном, то есть подчиняющейся статистике Бозе-Эйнштейна) с нулевой массой. Фотон движется в квантово-механическом смысле, т.е. можно определить вероятность нахождения данного фотона в данный момент времени, но факт определения его нахождения одновременно уничтожает фотон.

До этого момента фотон практически «размазан» по всей Вселенной (правда это не значит, что вероятность его обнаружения во всех местах одинакова). Вероятность нахождения фотона в определённом месте вычисляется через  $\Psi$ -функцию:  $P(x, t) = |\Psi|^2$ . Так как в  $\Psi$ -функцию фотона входит комплексный множитель  $e^{i\varphi}$ , при переходе к вероятности у нас получается синус (или косинус). Таким образом нам кажется, что фотон ведёт себя как волна.

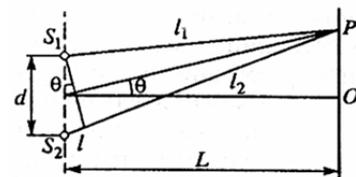
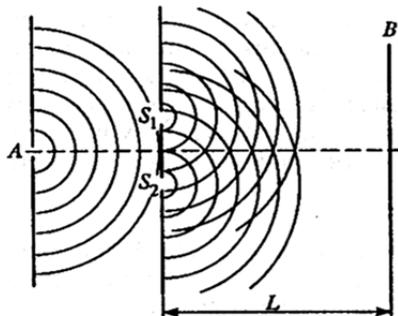
Классический эксперимент, пытающийся выяснить, является ли что-то волной или частицей, – получение интерференционной картины, в данном случае не работает, так как фотон до момента измерения интерферирует сам с собой, то есть демонстрирует волновые свойства. Более того, во всех процессах, в которых фотон может интерферировать с собой, мы можем рассматривать его как волну, с теми же свойствами, которые мы уже изучили в механических волнах. Этим занимается волновая оптика. С другой стороны, в определённых случаях мы можем рассматривать поток фотонов как луч света (геометрическая оптика) или как поток частиц (в случае объяснения фотоэффекта).

Изучим все три подхода в указанном порядке. Начнём с волновой оптики.

#### 2. Опыт Юнга.

Опыт Юнга (1802). Т.к. источники некогерентны, то интерференцию можно наблюдать лишь при разделении и сведении одного и того же пучка, причем разность хода лучей должна быть меньше длины одного цуга.

*Принцип Гюйгенса: каждую точку прохождения волны можно считать вторичным точечным излучателем.*



Интерференция в опыте Юнга будет усиливающей, если разность хода волн между двумя лучами будет кратна длине волны света. Считая расстояние между отверстиями  $d \ll L$ , при малых  $\theta$  получим для разности хода  $l$ :  $l = d\theta$ . Максимумы бу-

дуг наблюдаться при углах  $\theta_{\max} = n \frac{\lambda}{d}$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , соответственно минимумы:

$$\theta_{\min} = \left( n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{d}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Оценим максимальный ход лучей, при которых еще возможно наблюдать явление интерференции. Время излучения атома  $\sim 10^{-8}$  с. Следовательно, длина цуга  $\delta = 10^{-8} \times 3 \cdot 10^8 \approx 3$  м.

### Интерференционная картина.

Энергия световой волны на экране характеризуется квадратом амплитуды суммы волн от двух источников. Сумма двух волн даст  $\cos \omega(t - l_1/c) + \cos \omega(t - l_2/c) = 2 \cos \left[ \omega(l_2 - l_1)/2c \right] \cos \omega \left[ t - (l_1 + l_2)/2c \right]$ , т.е. колебания с амплитудой  $2 \cos(\omega l/2c)$ , где  $l = l_2 - l_1$  – разность хода лучей. Освещенность, т.е. энергия колебаний, пропорциональна квадрату амплитуды:

$$E(\theta) \sim 4 \cos^2 \left( \frac{\omega d}{2c} \theta \right) = 2 \left[ 1 + \cos \left( \frac{\omega d}{c} \theta \right) \right].$$

Решая уравнение  $\cos \left( \frac{\omega d}{c} \theta \right) = 1$ , находим для максимумов:  $\theta = \frac{2\pi c}{\omega d} n$ . Учитывая,

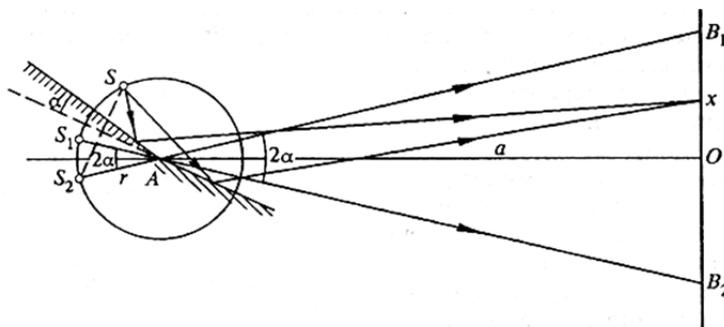
что  $\frac{c}{f} = cT = \lambda$ , получаем:  $\theta = \frac{\lambda}{d} n$ . Значит на экране, расположенном на расстоя-

нии  $L$  от отверстий, расстояние между максимумами будет  $\frac{\lambda}{d} L$ . Для  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см,  $d = 0,5$  мм,  $L = 1$  м, расстояние между максимумами будет 1 мм!

### 3. Зеркала Френеля.

Схема опыта показана на рисунке:

Распределение светлых полос на экране, очевидно, будет точно таким же, как и в опыте Юнга. Продемонстрируем принципы расчёта подобных экспериментов. Предположим, нам надо найти полное число полос интерференции  $N$ , возникаю-



щее в этом эксперименте.

Расстояние  $h$  между соседними максимумами, как следует из расчёта опыта Юнга, равно  $h = \frac{\lambda}{d} L$ , где  $d = 2r\alpha$ , как видно из рисунка. Полное расстояние до экрана равно  $L = r + a$ . В итоге получаем:

$$h = \frac{\lambda(r+a)}{2r\alpha}.$$

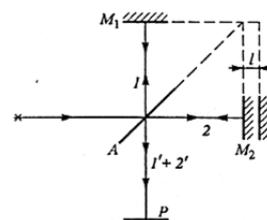
Заметим, что интерференция возникает только между точками  $B_1$  и  $B_2$ . Если экран расположить параллельно линии  $S_1S_2$ , то  $B_1B_2 = 2a \operatorname{tg} \alpha$ , где  $a$  – расстояние от линии пересечения зеркал до экрана. Учитывая, что  $\alpha \ll 1$ ,  $B_1B_2 \approx 2a\alpha$ .

Следовательно, полное количество полос будет:

$$N = \frac{B_1B_2}{h} = \frac{4\alpha^2 ar}{\lambda(a+r)}.$$

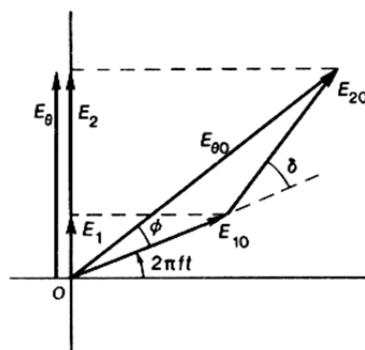
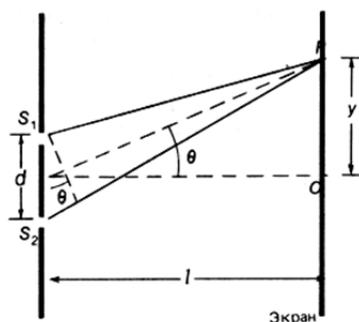
#### 4. Интерферометр Майкельсона

Интерферометр Майкельсона используется для измерения с очень большой точностью очень малых расстояний. Схема приведена на рисунке. Идея в том, что луч света (идущий от источника слева) расщепляется полупрозрачным зеркалом  $A$  на два когерентных луча, которые отразившись от зеркал  $M_1$  и  $M_2$ , вновь собираются на экране  $P$ . Очевидно, что интерференционная картина на экране смещается на одну полосу, при смещении зеркала  $M_2$  на расстояние, равное половине длины волны!



#### 5. Метод фазовых диаграмм в расчете интерференционной картины

Предположим вначале, что если закрыть любое из отверстий, то каждая точка экрана будет освещена равномерно с интенсивностью  $I$  ( $I \sim E^2$ ). Если открыть обе щели, то напряженность электрического поля на экране будет равна  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . При этом вектора можно считать практически сонаправленными, поэтому можно записать  $E = E_1 + E_2$ .



Итак, в районе экрана  $E_1 = E_{10} \sin \omega t$  и  $E_2 = E_{20} \sin(\omega t + \delta)$ . Сумму  $E_1 + E_2$  можно найти с помощью метода фазовых диаграмм. Из рисунка видно, что  $E_\theta = E_{\theta 0} \sin(\omega t + \phi) = E_{\theta 0} \sin(\omega t + \delta/2)$ , при этом  $E_{\theta 0} = 2E_0 \cos(\delta/2)$ . При этом разность фаз  $\delta$  находится из условия, что при разности хода лучей  $d \sin \theta = \lambda/2$  лучи приходят в противофазе ( $\delta = \pi$ ), т.е.  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$ .

## 6. Интерференция волн от большого числа источников.

До сих пор мы рассматривали интерференцию от двух источников (схема Юнга). При этом мы делали следующие предположения:

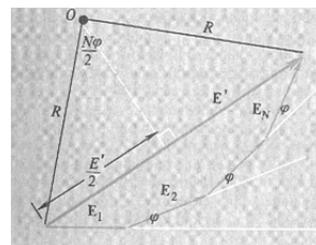
- ширина отверстия много меньше длины волны (т.е. свет от всех вторичных источников, по принципу Гюйгенса расположенных в отверстии экрана, приходит к наблюдателю в одной фазе);
- расстояние до точки наблюдения интерференционной картины много больше расстояния между отверстиями экрана (т.е. лучи от разных отверстий мы приближённо считали параллельными).

Рассмотрим в тех же предположениях интерференцию от большого количества источников (большого количества тонких щелей) расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга.

Рассмотрим распространение световых лучей под углом  $\theta$  к нормали. В этом случае разность хода между соседними лучами составит  $d \sin \theta$ . Поэтому очевидно максимумы будут видны под углами, при которых  $d \sin \theta = n\lambda$ , где  $n$  – натуральное число. В итоге, полагая угол  $\theta$  малым, получим как и для

$$\text{опыта Юнга: } \theta_{\max} = \frac{\lambda}{d} n.$$

Однако более внимательное рассмотрение интерференции от многих источников выявляет «тонкую» структуру. Рассмотрим фазовую диаграмму для  $N$  источников с одинаковой разностью фаз  $\varphi = k(r_2 - r_1) = kd \sin \theta$  (где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число).

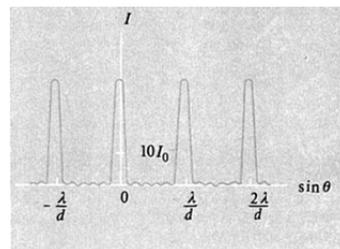


Видно, что концы всех векторов  $E_i$  лежат на некоторой окружности. Пусть её радиус равен  $R$ .

Из диаграммы видно, что напряжённость электрического поля под углом  $\theta$  равна  $E' = 2R \sin(N\varphi/2)$ . С другой стороны, напряжённость электрического поля, создаваемого одним источником под тем же углом равна  $E_1 = 2R \sin(\varphi/2)$ . Отсюда получаем для отношения напряжённостей  $E'/E_0 = \sin(N\varphi/2)/\sin(\varphi/2)$ , а для интенсивностей:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)}.$$

График этой функции при  $N = 6$  приведён на рисунке. Из графика видно, что между максимумами, возникающими при  $\sin \theta = \frac{\lambda}{d} n$ , или  $\varphi = kd \sin \theta = k\lambda n$ , располагается  $N - 1$  минимум. Поэтому в картине интерференции от нескольких источников максимумы называются *главными* (в отличие от небольших максимумов между минимумами).



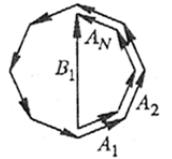
Посчитать угловое положение этих минимумов можно из фазовой диаграммы. Минимум освещённости образуется тогда, когда векторная диаграмма «сворачивается в кольцо», т.е. когда  $N\varphi = 2\pi m$ , где  $m = 1, 2, \dots, N - 1$ .

Подставляя в это выражение значение, полученное выше для сдвига фаз у соседних лучей  $\varphi = kd \sin \theta = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta$ , получим:

$$Nd \sin \theta_{\min} = m\lambda, \text{ где } m = 1, 2, \dots, N-1.$$

Очевидно, что положения минимумов между первым и вторым главными максимумами даются той же формулой, при  $m = N+1, \dots, 2N-1$  и т.д.

Также очевидно, что между  $N-1$  минимумами располагаются  $N-2$  побочных максимума. Механизм их возникновения ясен из соответствующей векторной диаграммы.



## 7. Разрешающая способность дифракционной решётки.

Один из приборов, позволяющих получать интерференцию от большого количества источников, называется *дифракционной решёткой*. Это либо прозрачный материал, либо зеркальный, покрытый непрозрачной плёнкой, в которой проделано множество параллельных царапин. Если ширина царапины (щели) равна  $b$ , а соседние щели расположены на расстоянии  $a$  друг от друга, то величину  $a+b$  называют *постоянной* решётки. Современные решётки имеют до 1200 штрихов на 1 мм.

Дифракционные решётки используют для разделения света на отдельные монохроматические волны. Положение главных максимумов (кроме центрального) зависит от длины волны падающего света. Поэтому решётку можно использовать для разложения исследуемой световой волны в спектр (*спектральный анализ*).

Пусть у нас падающий свет содержит два цвета с близкими длинами волн  $\lambda$  и  $\lambda + \Delta\lambda$ . *Разрешающей способностью* решётки называется отношение  $\lambda$  к минимально возможному значению  $\Delta\lambda$ .

*Критерий Рэлея*: соседние главные максимумы различимы, если они расположены не ближе ограничивающих минимумов.

Заметим, что ширина интерференционного пика в главном максимуме равна расстоянию между двумя окружающими его минимумами.

Положение ближайшего к  $n$ -ному главному максимуму минимума для длины волны  $\lambda$  даётся выражением:  $Nd \sin \theta = (Nn+1)\lambda$ . С

другой стороны для  $n$ -ного главного максимума с длиной волны  $\lambda + \Delta\lambda$ :  $Nd \sin \theta = Nn(\lambda + \Delta\lambda)$ . Следовательно при выполнении критерия Рэлея  $(Nn+1)\lambda = Nn(\lambda + \Delta\lambda)$ , или

$$\lambda/\Delta\lambda = nN.$$

Как видно, разрешающая способность дифракционной решётки тем выше, чем больше  $N$ , т.е. ширина главного максимума тем меньше, чем больше штрихов в решётке.

